

## РАСЧЕТ ПОРОДОБЕТОННОЙ ОБОЛОЧКИ, ОБРАЗУЮЩЕЙСЯ ПРИ ТАМПОНАЖЕ ПРИКОНТУРНОЙ ЗОНЫ ВЫРАБОТКИ

Розглянуто задачу визначення компонент вектору переміщень і тензору напружень у породобетонній оболонці, що утворюється при тампонажу приконтурної зони протяглої гірничої виробки. У явному вигляді отримано аналітичні залежності, які дозволяють оцінювати поведінку і вибирати раціональні параметри тампонажної оболонки в залежності від проявів гірського тиску.

## THE ACCOUNT OF ROCK-CONCRETE SHEETING, WHICH IS FORMED BY THE SEALING OF ZONE NEAR THE CONTOUR OF MINING WORKING

Is considered the task of determination a component of displacements vector and stresses tensor of rock-concrete sheeting, which is formed by the sealing of zone near the contour of mining working. In an obvious kind the analytical dependences are received, which allow to estimate conduct and to choose rational parameters of sealing sheeting depending on development of rock pressure.

Напряженно-деформированное состояние упрочненной зоны контура выработки исследовалось в работах [1, 2, 3], где в рамках одномерной задачи механики деформируемого твердого тела получены аналитические зависимости, позволяющие вести расчет и анализ величины отпора породобетонной оболочки с учетом упругих и неупругих свойств горного массива, его запредельного деформирования, остаточных напряжений и радиуса зоны разрушения пород.

Однако, постановка и решение одномерных задач механики горных пород правомерно лишь в случае равнокомпонентного начального напряженного состояния породного массива. Результаты натурных измерений, проведенных ИГТМ НАН Украины на шахтах Донбасса показали, что в реальных условиях горного массива мы имеем дело с разнокомпонентным начальным напряженным состоянием, когда горизонтальная составляющая горного давления зачастую превышает вертикальную  $\lambda_2 > \lambda_1$  (Рис. 1).

В настоящей работе в рамках двухмерной задачи механики деформируемого твердого тела рассматривается решение задачи о напряженно-деформированном состоянии протяженной породобетонной оболочки, полученной в результате тампонажа нарушенной зоны контура выработки.

**1. Постановка задачи.** Предположим, что по истечении расчетного периода времени в результате проведения тампонажных работ в приконтурной зоне выработки создается упрочненная область в виде протяженного полуцилиндра постоянной толщины, опирающегося на абсолютно жесткое породное основание. При этом омоноличивание закрепляемого контура выработки тампонажным раствором обеспечивает сплошность приконтурной зоны.

Задача состоит в установлении оптимальных параметров породобетонной оболочки с тем, чтобы обеспечивалась устойчивость горной выработки.

Принимая во внимание большую протяженность выработки, решение поставленной задачи может рассматриваться в рамках плоской задачи механики

деформируемого твердого тела. Расчетную схему представим в виде полукольца, опирающегося на жесткое основание (Рис. 1). Здесь внутренняя поверхность полукольца ( $\bar{r} = a$ ) свободна от нагрузки, а на верхней поверхности ( $\bar{r} = c$ ) задано вертикальное ( $\lambda_1 \gamma H$ ) и горизонтальное ( $\lambda_2 \gamma H$ ) давление.

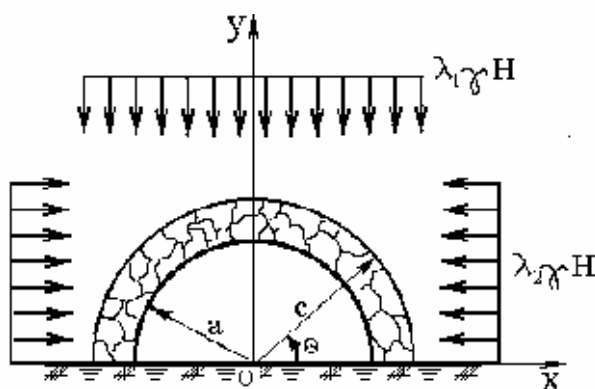


Рис. 1. - Схема нагружения граничной поверхности породобетонной оболочки

Здесь,  $\lambda_1$  - поправочный коэффициент, учитывающий изменение вертикального давления в зависимости от конкретных горногеологических условий, в которых находится крепь;  $\lambda_2$  - коэффициент бокового распора;  $\gamma$  - объемный вес вмещающих пород;  $H$  - глубина от земной поверхности до контура выработанного пространства.

Физико-механические свойства материала породобетонной оболочки будем характеризовать соотношениями линейно-упругого изотропного тела [5].

В процессе исследований потребуются аналитические соотношения закона Гука и уравнения равновесия в полярной системе координат ( $\bar{r}, \theta$ )  $x = \bar{r} \cos \theta$ ;  $y = \bar{r} \sin \theta$  (Рис. 1).

Закон Гука согласно [4, 5] запишем в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{E}{(1-\nu^2)c} \left[ \frac{\partial U_r}{\partial r} + \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} \right) \right]; \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{E}{(1-\nu^2)c} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r}{r} + \nu \frac{\partial U_r}{\partial r} \right]; \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{E}{2(1+\nu)c} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r} \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

В формулах (1) обозначено:  $r = \bar{r} c^{-1}$ ;  $c$  - внешний радиус шахтной породобетонной оболочки;  $E$  и  $\nu$  - модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно;  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{\theta\theta}$  - нормальные радиальные и тангенциальные, а  $\sigma_{r\theta}$  - касатель-

ные напряжения;  $U_r$  и  $U_\theta$  - перемещения в направлении координат  $\bar{r}$  и  $\theta$  соответственно.

Уравнение равновесия запишем в компонентах вектора перемещений  $U_r$  и  $U_\theta$ .

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{1-\nu}{2r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) U_r + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1-\nu}{2r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{3-\nu}{2r^2} \right) U_\theta = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{3-\nu}{1-\nu} \frac{1}{r^2} \right) U_r + \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r^2} + \frac{2}{1-\nu_s} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) U_\theta = 0;$$

Граничные условия имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{При } \bar{r} = c \quad \sigma_{rr} &= -\gamma H[\lambda_1 \sin^2 \theta + \lambda_2 \cos^2 \theta] \\ &0 \leq \theta \leq \pi \quad \sigma_{r\theta} = -\gamma H[\lambda_1 - \lambda_2] \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{При } \bar{r} = a \quad \sigma_{rr} &= \sigma_{r\theta} = 0 \\ &0 \leq \theta \leq \pi \end{aligned} \quad (4)$$

Чтобы удовлетворить граничным условиям (3) и (4), необходимо найти решение уравнений равновесия (2), обладающее соответствующим функциональным произволом.

## 2 Решение уравнений равновесия.

Уравнения равновесия (2) представляют собой систему дифференциальных уравнений второго порядка с переменными коэффициентами.

Производя замену переменных по формуле

$$r = e^t \quad (t = \ln r), \quad (5)$$

приводим уравнения (2) к уравнениям с постоянными коэффициентами

$$\left[ -\frac{\partial^2}{\partial t^2} - 1 + \frac{1-\nu_s}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] U_r + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1+\nu_s}{2} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{3-\nu}{2} \right] U_\theta = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1+\nu_s}{1-\nu_s} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{3-\nu}{1-\nu} \right] U_r + \left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 1 + \frac{2}{1-\nu_s} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] U_\theta = 0;$$

Решение системы уравнений (6) ищем в форме

$$U_r = \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - 1 + \frac{2}{1-\nu} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \phi;$$

$$U_\theta = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1+v}{1-v} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{3-v}{1-v} \right) \phi, \quad (7)$$

где  $\phi$  - пока произвольная функция аргументов  $t$  и  $\theta$ , непрерывная вместе со своими производными до второго порядка включительно.

Внося выражения (7) в уравнения (6) убеждаемся, что второе уравнение системы удовлетворяется тождественно, а первое принимает вид

$$\left\{ \frac{\partial^4}{\partial t^4} - (2 - 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^4}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + 1 \right\} \phi = 0 \quad (8)$$

Решение дифференциального уравнения в частных производных (8) ищем методом Фурье.

Учитывая свойства тригонометрических функций в условиях (3) и (4)

$$\cos^2 \theta = 2^{-1}(1 + \cos 2\theta); \quad \sin^2 \theta = 2^{-1}(1 - \cos 2\theta)$$

полагаем

$$\phi(t, \theta) = \phi_1(t) + \phi_2(t) \cos 2\theta \quad (9)$$

Подстановка равенства (9) в уравнение (8) приводит к бигармоническим уравнениям

$$\left\{ \frac{\partial^4}{\partial t^4} - 2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 1 \right\} \phi_1 = 0 \quad (10)$$

и

$$\left\{ \frac{\partial^4}{\partial t^4} - 10 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 9 \right\} \phi_2 = 0$$

решение которых, как известно, может быть представлено следующим образом

$$\begin{aligned} \phi_1 &= A_0 e^t + B_0 e^{-t} + C_0 t e^t + D_0 t e^{-t}; \\ \phi_2 &= C_1 e^{3t} + C_2 e^{-3t} + C_3 e^t + C_4 e^{-t}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $A_0, B_0, C_0, D_0, C_j (j=1,2,3,4)$  - произвольные постоянные.

Определившись таким образом с функциями  $\phi_{1,2}$ , а затем, возвращаясь к формулам (7) и (1), аналитические зависимости для компонент вектора перемещений и тензора напряжений запишем в таком виде

$$U_r = 2C_0 e^t - 2D_0 e^{-t} [-v_7 C_1 e^{3t} + v_7 C_2 e^{-3t} + v_8 C_3 e^t + v_8 C_4 e^{-t}] \cos 2\theta; \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
U_\theta &= [v_9 C_1 e^{3t} - v_9 C_2 e^{-3t} + v_7 C_3 e^t + 4C_4 e^{-t}] \sin 2\theta; \\
v_7 &= 8v(1-v)^{-1}; \quad v_8 = 8(1-v)^{-1}; \quad v_9 = 4(3+v)(1-v)^{-1}; \\
\sigma_{rr} &= \frac{E}{(1-v^2)c} \left\{ 2(1+v)C_0 + 2(1-v)D_0 e^{-2t} + [24vC_2 e^{-4t} - 8C_3 + v_1 C_4 e^{-2t}] \cos 2\theta \right\}; \\
v_1 &= 8(1+v) \\
\sigma_{\theta\theta} &= \frac{E_s}{(1-v^2)c} \left\{ 2(1+v)C_0 - 2(1-v)D_0 e^{-2t} + [v_2 C_1 e^{2t} - 24vC_2 e^{-4t} - 8C_3] \cos 2\theta \right\}; \\
v_2 &= 24(1+v) \\
\sigma_{r\theta} &= \frac{E_s}{2(1+v)c} [v_3 C_1 e^{2t} + v_5 C_2 e^{-4t} + v_6 C_3 + v_4 C_4 e^{-2t}] \sin 2\theta; \\
v_3 &= 24(1+v)(1-v)^{-1}; \quad v_4 = 8(1+v)(1-v)^{-1}; \quad v_5 = 48v(1-v)^{-1}; \\
v_6 &= 16(1-v)^{-1}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Произвольные постоянные в формулах ( 12 ) и ( 13 ) находим, удовлетворяя граничным условиям.

Внося выражения  $\sigma_{rr}$  и  $\sigma_{r\theta}$  в равенства ( 3 ) и ( 4 ), получаем следующие две системы линейных алгебраических уравнений для определения произвольных постоянных.

$$2(1+v)C_0 + 2(1-v)D_0 a_0^{-2} = 0 \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
2(1+v)C_0 + 2(1-v)D_0 &= -\gamma_{01} \\
a_0 = ac^{-1}; \quad \gamma_{01} &= -c\gamma H \frac{1-v^2}{2E} (\lambda_2 + \lambda_1); \\
24vC_2 a_0^{-4} - 8C_3 + v_1 C_4 a_0^{-2} &= 0;
\end{aligned}$$

$$vC_1 a_0^2 + v_5 C_2 a_0^{-4} + v_6 C_3 + v_4 C_4 a_0^{-2} = 0; \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
24vC_2 - 8C_3 + v_1 C_4 &= \gamma_{02} \\
v_3 C_1 + v_5 C_2 + v_6 C_3 + v_4 C_4 &= \gamma_{03} \\
\gamma_{03} = c\gamma H \frac{1+v}{E_r} (\lambda_2 - \lambda_1) \quad \gamma_{02} &= c\gamma H \frac{1-v^2}{2_t} (\lambda_1 - \lambda_2)
\end{aligned}$$

Решая системы линейных алгебраических уравнений ( 14 ) и ( 15 ), находим

$$\begin{aligned}
C_0 &= -\gamma_{01} [2(1+v)(1-a_0^2)]^{-1}; \quad D_0 = a_0^2 \gamma_{01} [2(1-v)(1-a_0^2)]^{-1}; \\
C_1 &= \gamma_{03} v_{15} + \gamma_{02} v_{16}; \quad C_2 = \gamma_{03} \frac{a_0^2}{v_{10}} - \gamma_{02} \frac{v_{11}}{v_{10}}; \\
C_3 &= \gamma_{02} v_{12} - 3v\gamma_{03} / v_{10}; \quad C_4 = \gamma_{02} v_{13} + \gamma_{03} v_{14};
\end{aligned} \tag{16}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
v_{10} &= v_5(a_0^2 - a_0^4) - 3va_0^{-2}(a_0^2 - 1)v_6 - 24v(1 + a_0^{-2})(a_0^2 - a_0^{-2}) / v_1; \\
v_{11} &= [8v_4(a_0^2 - a_0^{-2}) - v_6a_0^{-2}(1 - a_0^{-2})v_1][8v_1(1 - a_0^{-2})]^{-1}; \\
v_{12} &= a_0^{-2}[v_{10} + 24v(1 - a_0^{-2})v_{11}][8v_{10}(1 - a_0^{-2})]^{-1}; \\
v_{13} &= [24v(1 - a_0^{-4})v_{11} + v_{10}][v_1(1 - a_0^{-2})v_{10}]^{-1}; \\
v_{14} &= 24v(1 + a_0^{-2})a_0^2(v_1 \cdot v_{10})^{-1}; \\
v_{15} &= [v_{10} - a_0^2v_5 + 3v \cdot v_6 + v_4 \cdot v_{14} \cdot v_{10}](v_3 \cdot v_{10})^{-1}; \\
v_{16} &= [v_5 \cdot v_{11} - v_6 \cdot v_2 \cdot v_{10} - v_4 \cdot v_{13} \cdot v_{10}](v_3 \cdot v_{10})^{-1}.
\end{aligned} \tag{17}$$

Внося выражения произвольных постоянных ( 16 ) в формулы (12) и (13), получаем аналитические зависимости для исследования напряженно-деформированного состояния породной оболочки с тем, чтобы выбрать оптимальные параметры ведения тампонажных работ.

Анализ, полученных таким образом, аналитических зависимостей уже на этой стадии исследования дает возможность утверждать, что наивысшая концентрация касательных напряжений  $\sigma_{r\theta}$  имеет место при  $\theta = \pi/4$ . Принимая во внимание тот факт, что горные породы сравнительно слабо сопротивляются деформации сдвига, для повышения несущей способности тампонажной оболочки необходимо в зоне  $\theta = \pi/4$  предусматривать подкрепляющие элементы, препятствующие деформации сдвига.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В.В.Виноградов. Геомеханика управления состоянием массива вблизи горных выработок. – Киев: Наук. думка, 1989. – 192 с.
2. Ю.З.Заславский, А.А.Лопухин, Е.Б.Дружко, Н.В.Качан. Инъекционное упрочнение горных пород. – М.: Недра, 1984. – 176 с.
3. В.Г.Колесников, В.Г.Перепелица, Г.В.Левченко. Аналитические исследования устойчивости выработок при тампонаже закрепного пространства // Геотехническая механика. – Днепропетровск: ИГТМ НАНУ.- 2003. - № 41. – С. 21-25.
4. П.Ф.Папкович. Теория упругости. – Л.-М.: ОБОРОНГИЗ, 1939. – 642 с.
5. В.Г.Рекач. Руководство к решению задач по теории упругости. – М.: Высшая школа, 1977. – 216 с.